

# XVI МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

## Региональный этап

31 января 2024 г.

---

### 8 класс

#### Первый день

1. Первоначально имеется один кусок сыра. Разрешается взять любой кусок сыра и проделать с ним одну из трех операций: разделить его на два куска одинакового веса, 11 кусков одинакового веса или 23 куска одинакового веса. Можно ли, используя только эти операции, разделить его на 2024 части одинакового веса?
2. У Олега есть набор из клетчатых прямоугольников размеров  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ , ...,  $1 \times 2024$  (по одному прямоугольнику каждого размера). Может ли он, выбрав некоторые из них, составить (без наложений и пробелов) какой-нибудь клетчатый квадрат площади больше 1?
3. На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  равностороннего треугольника  $ABC$  выбраны точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  соответственно так, что  $AK = 1$ ,  $BL = 2$ ,  $CM = 3$ . Известно, что  $\angle MKL = 60^\circ$ . Найдите сторону треугольника  $ABC$ .
4. По кругу стоят 100 белых точек. Аня и Боря красят по очереди по одной еще не покрашенной точке в красный или синий цвет, начинает Аня. Аня хочет, чтобы в итоге оказалось как можно больше пар разноцветных соседних точек, а Боря — чтобы оказалось как можно меньше таких пар. Какое наибольшее число пар разноцветных соседних точек Аня может гарантировать себе независимо от игры Бори?
5. Какие натуральные числа можно представить в виде  $a^2 + 2023b^2 - 2024c^2$ , где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — различные целые числа?