

Шифр

 Σ

10-Т1. Хитрая пушка

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	<p>Записано выражение, связывающее нормальную компоненту ускорения снаряда a_n с угловой скоростью ω:</p> $a_n = \omega v_0.$	2.0		
2	<p>Определена нормальная компонента ускорения снаряда в момент выстрела:</p> $a_n = g \sin \alpha.$	1.0		
3	<p>Получена зависимость начальной скорости снаряда v_0 от направления выстрела:</p> $v_0 = \frac{g \sin \alpha}{\omega}.$	1.0		
4	<p>Метод 1. Для времени полёта записано:</p> $t = \frac{2v_{0y'}}{g \cos \varphi}$	2.0		
5	<p>Метод 1. Получено ГМТ конца вектора начальной скорости:</p> $\left(v_{0x} - \frac{g}{2\omega}\right)^2 + v_{0y}^2 = \left(\frac{g}{2\omega}\right)^2.$	2.0		
6	<p>Метод 1. Указано, что максимальное возможное значение $v_{0y'}$ достигается, когда конец вектора скорости лежит на перпендикуляре, проведённом к направлению поверхности горки из центра окружности.</p>	1.0		

7	<p>Метод 1. Определена величина $v_{0y'(max)}$:</p> $v_{0y'(max)} = \frac{g(1 - \sin \varphi)}{2\omega}.$	1.0		
8°	<p>Метод 2. Для времени полёта записано:</p> $t = \frac{2v_{0y'}}{g \cos \varphi}$	2.0		
9°	<p>Метод 2. Получена зависимость времени полёта от угла α:</p> $t = \frac{2 \sin \alpha \cos(\alpha + \varphi)}{\omega \cos \varphi}.$	1.0		
10°	<p>Метод 2. Предложен способ нахождения экстремума функции (например, преобразование тригонометрических функций в сумму, взятие производной, исследование дискриминанта биквадратного уравнения относительно $\sin \alpha$ или $\cos \alpha$ и т.д).</p>	1.0		
11°	<p>Метод 2. Получено условие экстремума функции:</p> $\sin(2\alpha + \varphi) = 1,$ <p>или эквивалентное ему.</p>	2.0		
12°	<p>Метод 3. Построен векторный треугольник перемещений для момента падения на горку.</p>	2.0		
13°	<p>Метод 3. Получено выражение для времени полёта:</p> $t = \frac{2 \sin \alpha \cos(\alpha + \varphi)}{\omega \cos \varphi}.$	1.0		
14°	<p>Метод 3. Предложен способ нахождения экстремума функции (например, преобразование тригонометрических функций в сумму, взятие производной, исследование дискриминанта биквадратного уравнения относительно $\sin \alpha$ или $\cos \alpha$ и т.д).</p>	1.0		

15°	<p>Метод 3. Получено условие экстремума функции:</p> $\sin(2\alpha + \varphi) = 1,$ <p>или эквивалентное ему.</p>	2.0		
16°	<p>Метод 4. Записаны выражения для зависимостей обеих координат x и y от времени t:</p> $x = v_0 \sin \alpha t \quad y = v_0 \cos \alpha t - \frac{gt^2}{2}.$	1.0		
17°	<p>Метод 4. Указано, что в момент падения снаряда на горку:</p> $\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \varphi.$	1.0		
18°	<p>Метод 4. Получена зависимость времени t движения снаряда от угла α:</p> $t = \frac{2z - \operatorname{tg} \varphi}{\omega \sqrt{1 + z^2}}, \quad z = \operatorname{ctg} \alpha.$	1.0		
19°	<p>Метод 4. Предложен способ нахождения экстремума функции (например, взятие производной, исследование дискриминанта квадратного уравнения относительно $\operatorname{ctg} \alpha$ и т.д).</p>	1.0		
20°	<p>Метод 4. Правильно определён экстремум функции:</p> $\left(\frac{z - \operatorname{tg} \varphi}{1 + z^2} \right)_{\max} = \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cos \varphi} = \frac{\cos \varphi}{2(1 + \sin \varphi)}.$	2.0		

21	<p>Получен ответ для t_{max} (по 1.0 балла за выражение через ω и численное значение:)</p> $t_{max} = \frac{1 - \sin \varphi}{\omega \cos \varphi} = \frac{2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)}{\omega \cos \varphi} =$ $= \frac{\cos \varphi}{\omega(1 + \sin \varphi)} = \frac{2}{\omega\sqrt{3}} \approx 1.15 \text{ с.}$	2 по 1.0		
----	---	-------------	--	--

Шифр

 Σ **10-Т2. Шайбами по барабану**

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Отмечено, что проекции скоростей на ось, перпендикулярную линии центров, остаются постоянными в процессе соударений, поскольку трения между шайбами и барабаном отсутствует.	0.5		
1.2	Для первого соударения барабана с шайбой 1 записан закон сохранения импульса в проекции на ось y , направленную вдоль линии центров от шайбы 1 к центру барабана: $mv_0 \cos \alpha = Mv_{M1} + mv_{1y},$ где α – угол между вектором скорости шайбы 1 и линией центров, v_{M1} – скорость барабана после удара, v_{1y} – проекция скорости шайбы 1 на ось y после удара.	1.0		
1.3	Для первого соударения барабана с шайбой 1 записан закон сохранения энергии: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{1y}^2}{2} + \frac{mv_0^2 \sin^2 \alpha}{2} + \frac{Mv_{M1}^2}{2}.$	1.0		
1.4	Записано или используется в решении выражение для угла или какой-либо его тригонометрической функции, например, $\cos \alpha = \frac{S}{2R}$	0.5		
1.5	Получено выражение для скорости барабана после первого удара $v_{M1} = \frac{2mv_0 \cos \alpha}{m + M} = \frac{4}{3}v_0 \cos \alpha$	0.5		

1.6	<p>Получено выражение для проекции скорости шайбы 1 после удара:</p> $v_{1y} = \frac{(m - M)v_0 \cos \alpha}{m + M} = \frac{1}{3}v_0 \cos \alpha$	0.5		
1.7	<p>Записано условие, при котором не будет столкновения между шайбой 2 и барабаном:</p> $v_{M1} \cos 2\alpha + v_0 \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha < \frac{1}{2\sqrt{2}}.$	0.5		
1.8	<p>Проверено, что условие отсутствия столкновения между шайбой 2 и барабаном выполнено:</p> $\cos \alpha = \frac{1}{4} < \frac{1}{2\sqrt{2}}.$ <p>Сделан вывод, что в заданной системе трех тел произошло суммарно всего одно столкновение</p>	0.5		
1.9	<p>Получено выражение для искомой скорости налетающих шайб:</p> $u_1 = v_{M1} \Rightarrow v_0 = 3u_1.$	1.0		
2.1	<p>Указано, что при $S = R$ происходит столкновение барабана с шайбой 2.</p>	0.5		
2.2	<p>Для первого соударения барабана с шайбой 2 записан закон сохранения импульса в проекции на ось z, направленную вдоль линии центров от шайбы 2 к центру барабана:</p> $mv_0 \cos \alpha - Mv_{M1} \cos 2\alpha = Mv_{M2z} + mv_{2z}.$	1.0		

2.3	<p>Для первого соударения барабана с шайбой 2 записан закон сохранения энергии:</p> $\frac{mv_0^2}{2} + \frac{Mv_{M1}^2}{2} = \frac{mv_{2z}^2}{2} + \frac{mv_0^2 \sin^2 \alpha}{2} + \frac{Mv_{M2z}^2}{2} + \frac{Mv_{M1}^2 \sin^2 2\alpha}{2}.$	1.0		
2.4	<p>Получено выражение для проекции скорости барабана на ось z после удара:</p> $v_{M2z} = \frac{2mv_0 \cos \alpha + (m - M)v_{M1} \cos 2\alpha}{m + M} = \frac{8}{9}v_0 \cos \alpha (1 + \cos^2 \alpha).$	1.0		
2.5	<p>Записано условие, при котором не будет второго столкновения между шайбой 1 и барабаном:</p> $v_{M1} \sin^2 2\alpha - v_{M2z} \cos 2\alpha - v_{1y} > 0.$	0.5		
2.6	<p>Проверено, что при $\cos \alpha = 1/2$ условие выполнено, и в заданной системе трех тел произошло суммарно два столкновения.</p>	0.5		
2.7	<p>Записано выражение для итоговой скорости барабана:</p> $u_2^2 = v_{M1}^2 \sin^2 2\alpha + v_{M2z}^2.$	0.5		
2.8	<p>Получен ответ для итоговой скорости барабана:</p> $u_2 = \frac{2\sqrt{13}v_0}{9} = \frac{2\sqrt{13}u_1}{3}.$	1.0		

Шифр

 Σ

10-ТЗ. Загогулина

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	В решении присутствует явное утверждение о наличии воздушной пробки в треть-ем колене. Если такого утверждения нет, но из решения видно, что решение построено с учётом наличия воздушной пробки, ставится полный балл.	2.0		
1.2	Записаны два независимых уравнения баланса давлений, связывающих давление в воздушной пробке с высотой столба жидкости H и с размером воздушной пробки x (или эквивалентные соотношения).	2 уравн по 1.0		
1.3	Получено выражение для связи размера пробки x , высоты жидкости в левом колене H и высоты вертикальных участков l . (Балл ставится, если в решении правильно найдена H , даже если явная формула отсутствует.)	1.0		
1.4	Записан закон Бойля-Мариотта или уравнение Менделеева-Клапейрона для воздуха в воздушной пробке	1.0		
1.5	Получено квадратное уравнение, позволяющее определить значение H или x (размер воздушной пробки или высоту водяного столба в третьем участке).	2.0		
1.6	Получено выражение для H .	1.0		
2.1	Записано выражение для общей длины водяного столба внутри трубки.	1.0		
2.2	Получен ответ для объёма воды в трубке.	2.0		

Шифр

 Σ **10-Т4. Источник стабильности**

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	В случае, когда диод закрыт, токи через все амперметры выражены через I_0	1.0		
1.2	Дан верный ответ на первый вопрос задачи. <i>Примечание:</i> Если балл за предыдущий пункт не поставлен, данный пункт не оценивается	1.0		
2.1	Найдена корректная связь между напряжением открытия диода, I_1 и сопротивлением амперметра	1.5		
2.2	Указано, что отсутствие тока через A_2 возможно только при открытом диоде	1.0		
2.3	В случае, когда диод открыт, токи через амперметры A_1 , A_3 , A_4 и диод выражены через I_0	1.0		
2.4	Найдено, что ток через амперметр A_2 не течёт при $I_0 = 8I_1/3$	1.5		
3.1	Построена часть графика зависимости показаний амперметра A_2 от силы тока через источник, соответствующая $I_0 < I_1$. <i>Примечание:</i> При построении графика допустимо откладывать на одной или обеих осях безразмерные величины: I_0/I_1 вместо I_0 и/или I_{A2}/I_1 вместо I_{A2}	1.0		
3.2	На графике выделена точка с координатами $(I_1; I_1/3)$ (или аналогичная точка в выбранной допустимой системе координат)	0.5		
3.3	Обосновано, что участок графика зависимости показаний амперметра A_2 от силы тока через источник, соответствующий $I_0 > I_1$, является прямолинейным и проходящим через точки $(I_1; I_1/3)$ и $(8I_1/3; 0)$. <i>Примечание:</i> Для обоснования достаточно вывести, что сила тока через A_2 выражается формулой $I_{A2} = 8I_1/15 - I_0/5$.	2.0		

3.4	<p>Корректно построена часть графика зависимости показаний амперметра A_2 от силы тока через источник, соответствующая $I_0 > I_1$.</p> <p><i>Примечание:</i> Данный пункт оценивается, только если поставлены баллы на предыдущий пункт.</p>	1.0		
3.5	<p>На графике выделена точка с координатами $(8I_1/3; 0)$ (или иная точка на прямой $I_{A2} = 8I_1/15 - I_0/5$ при $I_0 > I_1$).</p>	0.5		

Шифр

 Σ

10-Т5. В фокусе внимания

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
	Собирающая линза.			
1	Указано, что луч, прошедший через фокус F собирающей линзы, после преломления идёт параллельно ГОО.	1.0		
2	Восстановлено положение ГОО (через фокус F проведена прямая, параллельная лучу после преломления).	1.0		
3	Восстановлено положение плоскости линзы (через точку, где преломляется луч, проведен перпендикуляр к ГОО)	1.0		
	<i>Все решения, использующие другие корректные построения и приводящие к правильному ответу, засчитываются наравне с авторским.</i>			
	Рассеивающая линза.			
4	На отрезке, соединяющем фокус F и точку преломления луча, построена окружность.	2.0		
5	Показано, что луч, прошедший через фокус F рассеивающей линзы, после преломления идет так, как будто прошел через половинный фокус (т.е. делит отрезок OF пополам).	2.0		
6	Построено продолжение луча, преломленного в линзе до пересечения с окружностью.	1.0		
7	Построен вспомогательный луч, параллельный продолжению преломленного луча, находящийся в 2 раза дальше от фокуса F линзы.	2.0		
8	Восстановлено положение плоскости линзы в варианте с оптическим центром в точке O_1 .	1.0		
9	Восстановлено положение плоскости линзы в варианте с оптическим центром в точке O_2 .	1.0		
	<i>Все решения, использующие другие корректные построения и приводящие к правильному ответу, засчитываются наравне с авторским.</i>			